

《数字信号处理》实验报告

学院: 信息科学与工程学院

专业班级:

学号:

学生姓名: Henry Lee

指导教师:

2023 年 12 月

实验一 信号、系统及系统响应

1. 画出下列序列的图形

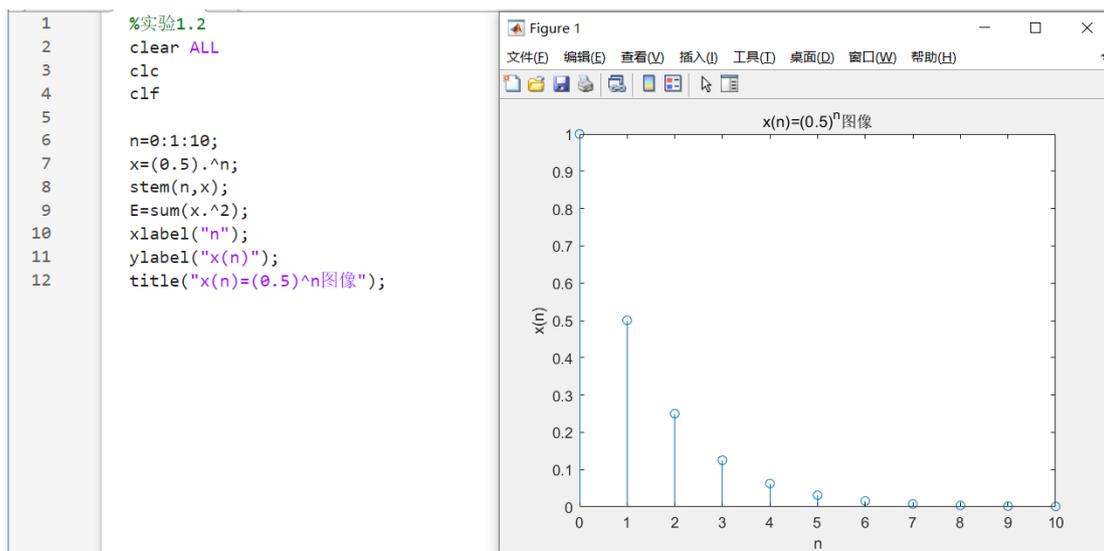
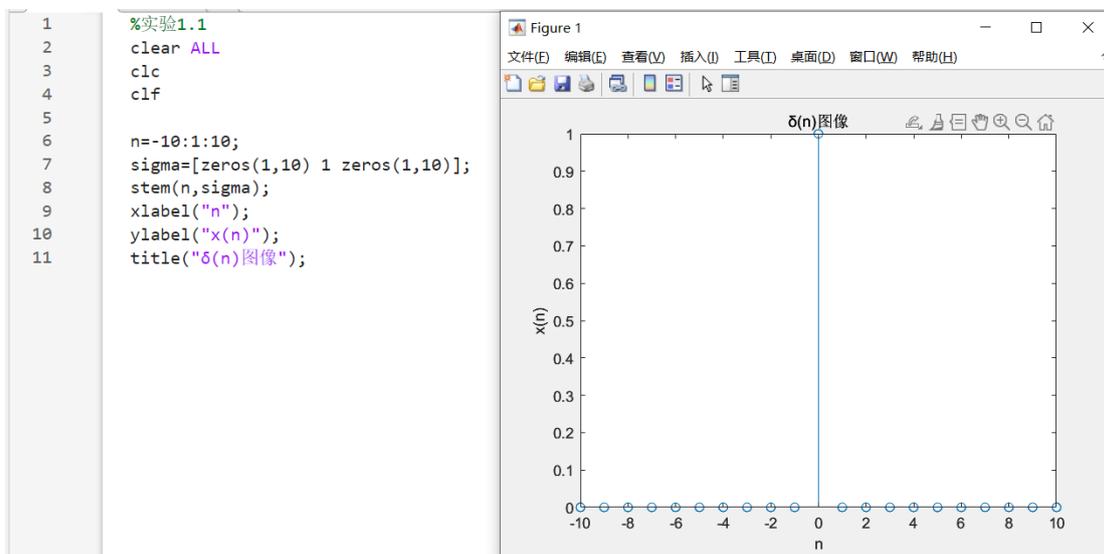
(1) $\delta(n)$

(提示:使用 zeros 函数)

(2) $x(n) = (0.5)^n$ ($0 \leq n \leq 10$), 并求 $x(n)$ 的能量

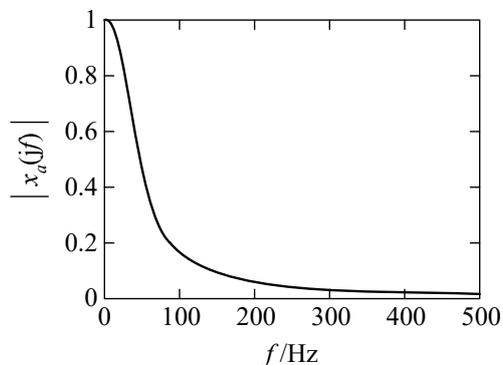
(提示: 信号的能量 $E = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2$, Matlab 中的函数 sum 表示求一个向量的元素总和)

程序、实验结果及解释说明:



问题回答: (2) 最终运行完程序后, 在 Matlab 中的“工作区”, 直接观察到该程序中的变量 E 的值, 即 $x(n)$ 的能量为 1.333。

2. 对连续信号 $x_a(t) = Ae^{-\alpha t} \sin(\Omega_0 t)u(t)$ ($A = 444.128$, $\alpha = 50\sqrt{2}\pi$, $\Omega_0 = 50\sqrt{2}\pi$) 进行理想采样, 可得采样序列 $x(n) = x_a(nT) = Ae^{-\alpha nT} \sin(\Omega_0 nT)u(n)$ $0 \leq n \leq 50$ 。下图给出了 $x_a(t)$ 的幅频特性曲线, 由此图可以确定对 $x_a(t)$ 采用的采样频率。



分别取采样频率为 1KHz、300Hz 和 200Hz, 画出采样序列 $x(n)$ 的图形和 $x(n)$ 经过 DFT 变换后的幅频特性曲线 $|X(e^{jw})|$, 并观察是否存在频谱混叠。

程序、实验结果及解释说明:

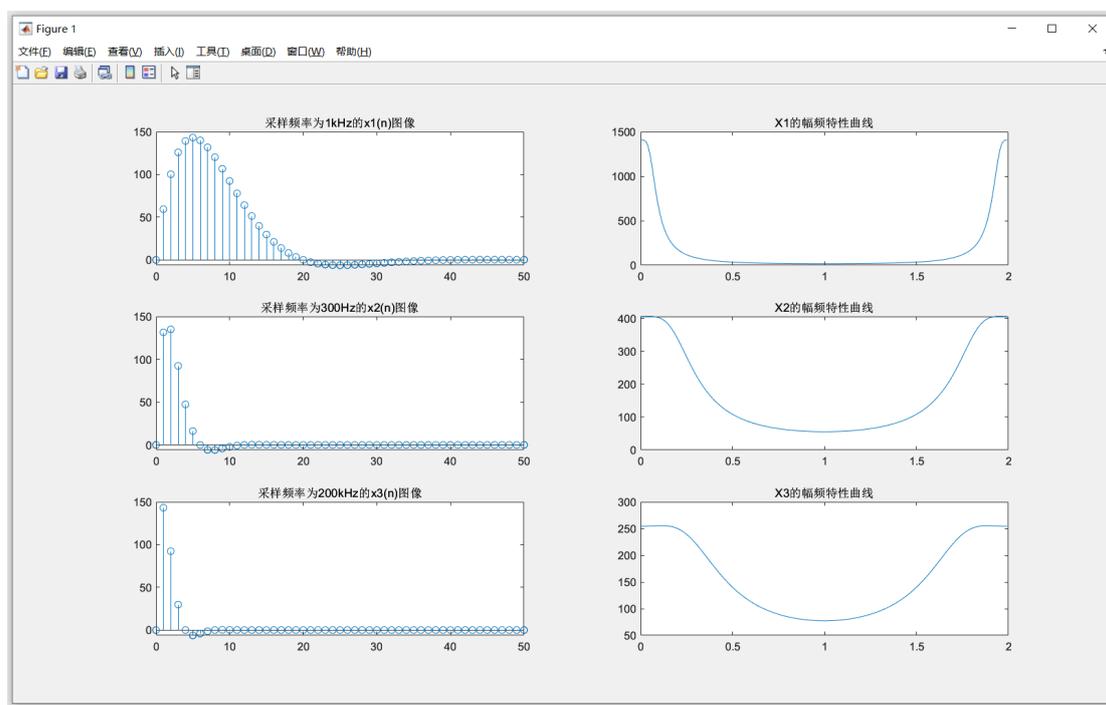
```
Signal.m x DFT.m x +
1 %封装题目中的信号x(t), 为Signal(n,A,a,w0,f)
2 function x=Signal(n,A,a,w0,f)
3 T=1/f;
4 x=A*exp(-a*n*T).*sin(w0*n*T);
5 end
```

```
Signal.m x DFT.m x +
1 %封装DFT变换的实现代码
2 function X=DFT(x,M,N)
3 n=0:M-1;
4 k=0:N-1;
5 WN=exp(-j*2*pi/N);
6 kn=n'*k;
7 WNkn=WN.^kn;
8 X=x*WNkn;
9 end
```

```
Signal.m x DFT.m x T2.m x +
1 %实验2
2 clear ALL
3 clc
4 clf
5
6 n=0:50;
7 A=444.128;
8 a=50*2*0.5*pi;
9 w0=50*2*0.5*pi;
10
11 x1=Signal(n,A,a,w0,1000); %采样频率为1kHz
12 x2=Signal(n,A,a,w0,300); %采样频率为300Hz
13 x3=Signal(n,A,a,w0,200); %采样频率为200Hz
14
15 X1=DFT(x1,51,251);
16 X2=DFT(x2,51,251);
17 X3=DFT(x3,51,251);
18
19 k=0:1:250;
20 w=2*pi*k/251;
21
```

(接上一页)

```
22 %绘制图像
23 subplot(3,2,1);
24 stem(n,x1);
25 title("采样频率为1kHz的x1(n)图像");
26 subplot(3,2,2)
27 plot(w/pi,abs(X1));
28 title("X1的幅频特性曲线");
29 subplot(3,2,3);
30 stem(n,x2);
31 title("采样频率为300Hz的x2(n)图像");
32 subplot(3,2,4);
33 plot(w/pi,abs(X2));
34 title("X2的幅频特性曲线");
35 subplot(3,2,5)
36 stem(n,x3);
37 title("采样频率为200Hz的x3(n)图像");
38 subplot(3,2,6);
39 plot(w/pi,abs(X3));
40 title("X3的幅频特性曲线");
41
```



问题回答:

根据采样定理知: $F_s \geq 2F_c$ 。在本题中, 截止频率 $F_c=500\text{Hz}$, 所以要使得最终频谱上不会出现混叠, 采样频率应满足 $F_s \geq 1\text{kHz}$ 。

因此, 对原序列按采样频率分别为 300Hz 和 200Hz 来进行 DFT 后, 一定会出现频谱混叠现象。从上图的幅频曲线中也可以看出, F_s 为 300Hz 和 200Hz 时均出现了频谱混叠, 且 $F_s=200\text{Hz}$ 时的频谱混叠现象最严重。

3. 已知 $x(n) = Ae^{-\alpha nT} \sin(\Omega_0 nT)u(n)$ $0 \leq n \leq 50$, 式中, $A = 444.128$, $\alpha = 50\sqrt{2}\pi$, $\Omega_0 = 50\sqrt{2}\pi$, $T = 0.001$; $h(n) = \delta(n) + 2.5\delta(n-1) + 2.5\delta(n-2) + \delta(n-3)$ 。根据时域卷积定理, 若 $y(n) = x(n) * h(n)$, 则 $Y(e^{j\omega}) = X(e^{j\omega}) \cdot H(e^{j\omega})$ 。验证时域卷积定理。

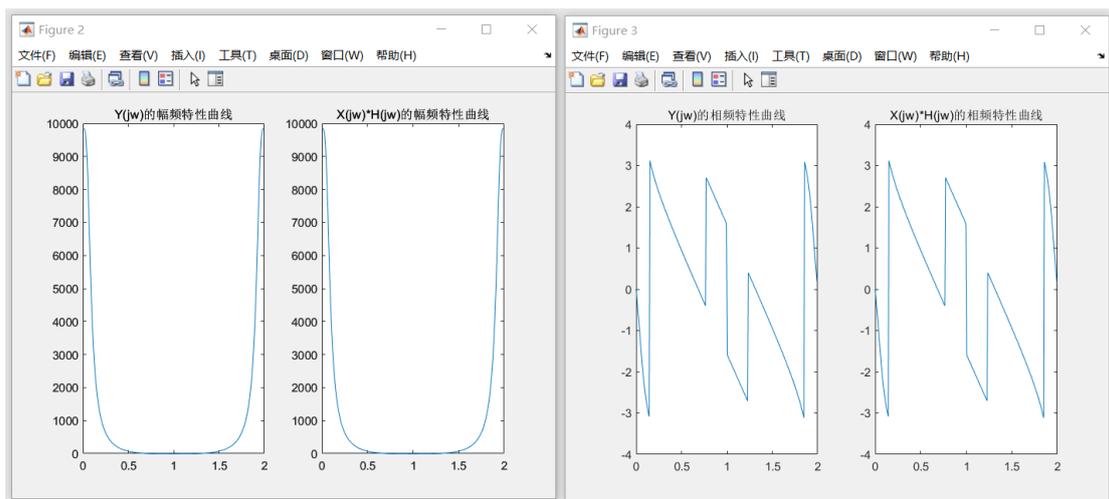
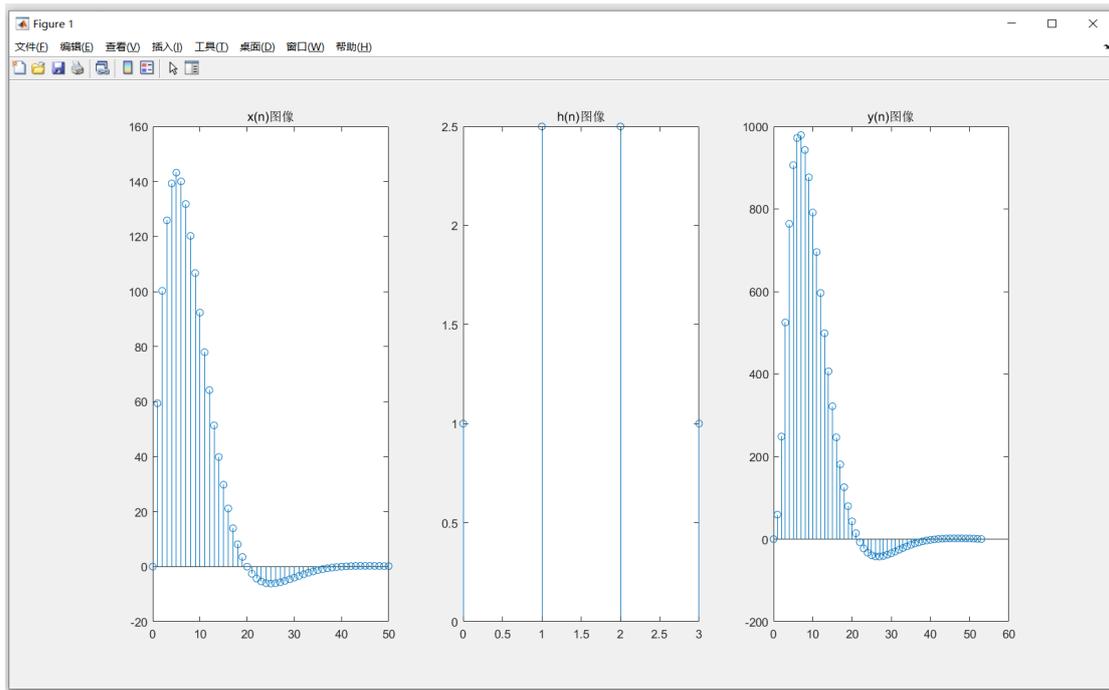
要求: (1)画出 $x(n)$ 、 $h(n)$ 、 $y(n)$ 的图形。(2)分别画出 $Y(e^{j\omega})$ 、 $X(e^{j\omega}) * H(e^{j\omega})$ 的幅度谱 $|Y(e^{j\omega})|$ 、 $|X(e^{j\omega}) * H(e^{j\omega})|$ 和相位谱 $\theta(Y(e^{j\omega}))$ 、 $\theta(X(e^{j\omega}) * H(e^{j\omega}))$ 。

程序、实验结果及解释说明:

```

1 %实验3
2 clear ALL
3 clc
4 clf
5
6 n=0:50;
7 f=1000;
8 T=1/f;
9 A=444.128;
10 a=50*2*0.5*pi;
11 w0=50*2*0.5*pi;
12
13 x=A*exp(-a*n*T).*sin(w0*n*T); % x(n)长度为51
14 h=[1 2.5 2.5 1]; % h(n)长度为4
15 y=conv(x,h); % y(n)为x(n)与h(n)卷积结果, 长度为51+4-1=54
16
17 X=DFT(x,51,251); % X=DFT(X)
18 H=DFT(h,4,251); % H=DFT(h)
19 Y=DFT(y,51+4-1,251); % Y=DFT(y)
20
21 XH=X.*H; % 频域中, X和H相乘
22
23
24 subplot(1,3,1); % 画x(n)、h(n)、y(n)图像
25 n1=(0:50);
26 stem(n1,x);
27 title("x(n)图像");
28 subplot(1,3,2);
29 n2=(0:3);
30 stem(n2,h);
31 title("h(n)图像");
32 subplot(1,3,3);
33 n3=(0:53);
34 stem(n3,y);
35 title("y(n)图像");
36
37 figure; % 画Y(jw)、X(jw)*H(jw)的幅频特性曲线
38 subplot(1,2,1);
39 k=0:1:250;
40 w=2*pi*k/251;
41 plot(w/pi,abs(Y));
42 title("Y(jw)的幅频特性曲线");
43 subplot(1,2,2);
44 k=0:1:250;
45 w=2*pi*k/251;
46 plot(w/pi,abs(XH));
47 title("X(jw)*H(jw)的幅频特性曲线");
48
49 figure; % 画Y(jw)、X(jw)*H(jw)的相频特性曲线
50 subplot(1,2,1);
51 k=0:1:250;
52 w=2*pi*k/251;
53 plot(w/pi,angle(Y));
54 title("Y(jw)的相频特性曲线");
55 subplot(1,2,2);
56 k=0:1:250;
57 w=2*pi*k/251;
58 plot(w/pi,angle(XH));
59 title("X(jw)*H(jw)的相频特性曲线");
60

```



问题回答：

由最终幅频特性曲线和相频特性曲线显示的完全一致，从而直观地验证了时域卷积定理成立。即：时域上若 $y(n)$ 等于 $x(n)$ 卷积 $h(n)$ ，映射到频域上为 $Y(w)$ 等于 $X(w)$ 与 $H(w)$ 的乘积。

实验二 用 FFT 作谱分析

1. 设 $x(n) = \cos(0.48\pi n) + \cos(0.52\pi n)$

(1) 取 $x(n)$ ($0 \leq n \leq 10$) 时, 画出 $x(n)$ 的 DFT 变换 $X1(k)$ 的幅度谱 $|X1(k)|$ 。

(2) 将(1)中的 $x(n)$ 以补零方式加长到 $0 \leq n \leq 20$, 画出 $X2(k)$ 的幅度谱 $|X2(k)|$ 。

哪种分辨率提高了?

(3) 取 $x(n)$ ($0 \leq n \leq 100$), 画出 $x(n)$ 的 DFT 变换 $X3(k)$ 的幅度谱 $|X3(k)|$ 。哪种分辨率提高了? 由幅度谱可知单位周期内有几个峰值, 分别是多少?

画图要求: a、画出 $x(n)$ ($0 \leq n \leq 10$)、 $|X(k)|$ 、 $|X1(k)|$ 、 $|X2(k)|$ 的图形

b、画出 $x(n)$ ($0 \leq n \leq 100$) 和 $|X3(k)|$ 的图形。标明 xlabel 和 title。

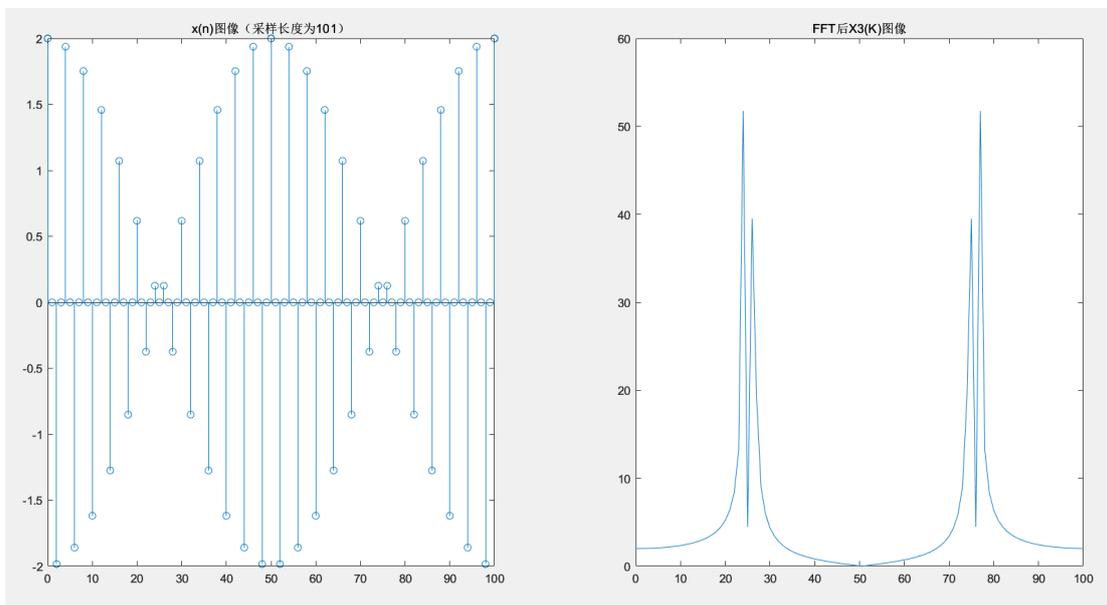
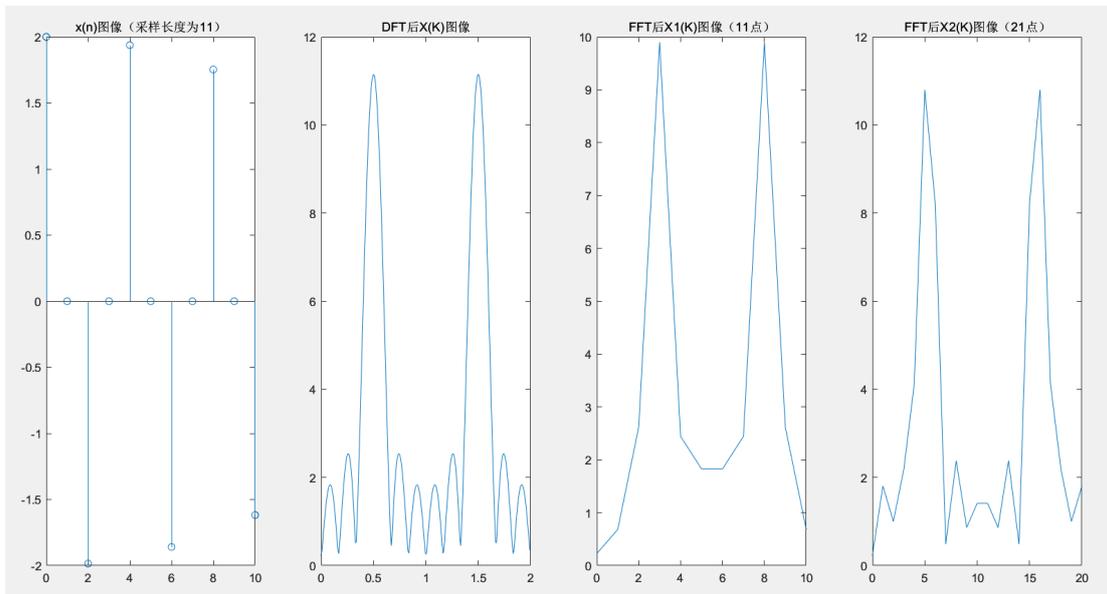
程序、实验结果及解释说明:

```
DFT.m x T2_1.m x +
1 %实验1
2 clear ALL
3 clc
4 clf
5
6 n=0:1:10; % 采样长度为11
7 x=cos(0.48*pi*n)+cos(0.52*pi*n);
8 X=DFT(x,11,251); % 普通DFT
9 X1=fft(x); % 快速算法, 计算x的11点DFT
10 X2=fft(x,21); % 快速算法, 计算x的21点DFT
11
12 subplot(1,4,1);
13 stem(n,x);
14 title("x(n)图像 (采样长度为11)");
15 subplot(1,4,2);
16 k=0:1:250;
17 w=2*pi*k/251;
18 plot(w/pi,abs(X));
19 title("DFT后X(K)图像");
20 k=0:1:10;
21 subplot(1,4,3);
22 plot(k,abs(X1));
23 title("FFT后X1(K)图像 (11点)");
24 k=0:1:20;
25 subplot(1,4,4);
26 plot(k,abs(X2));
27 title("FFT后X2(K)图像 (21点)");
28
29
30 n=0:1:100; % 采样长度为101
31 x3=cos(0.48*pi*n)+cos(0.52*pi*n);
32 X3=fft(x3);
33
34 figure;
35 subplot(1,2,1)
36 stem(n,x3);
37 title("x(n)图像 (采样长度为101)");
38 subplot(1,2,2)
39 k=0:1:100;
40 plot(k,abs(X3));
41 title("FFT后X3(K)图像");
42
```

```

1 %封装DFT变换的实现代码
2 function X=DFT(x,M,N)
3     n=0:M-1;
4     k=0:N-1;
5     WN=exp(-j*2*pi/N);
6     kn=n'*k;
7     WNkn=WN.^kn;
8     X=x*WNkn;
9     end

```



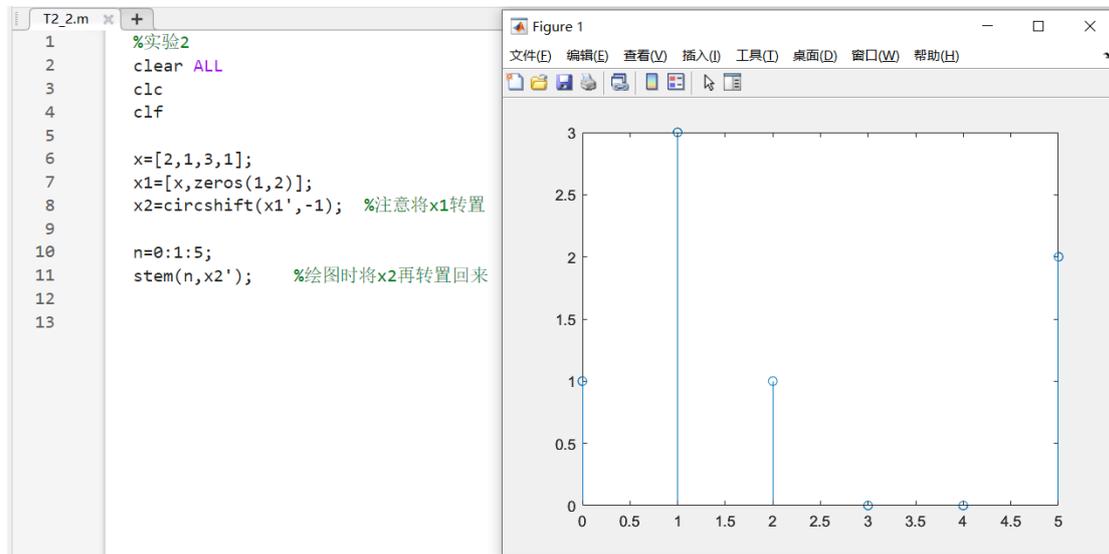
问题回答:

(2) 中是通过补零的方式增加信号的长度, 然而由于信号的实际有效长度并没有改变, 因此增加的是计算分辨率。

(3) 中是通过增加信号的采样点数的方式来增加信号的长度, 其有效信号的长度变长了, 因此增加的是物理分辨率。由幅度谱可知单位周期内由四个峰值, 其中有两个都为 51.7466, 另外两个为 39.5214。

2. 设 $x(n) = \{2,1,3,1\}$, 要求计算其循环移位 $y(n) = x((n+1))_6 R_6(n)$ 。

程序、实验结果及解释说明:



3. 设 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 是两个 4 点序列, $x_1(n) = \{1,2,2,1\}$, $x_2(n) = \{1,-1,1,-1\}$,

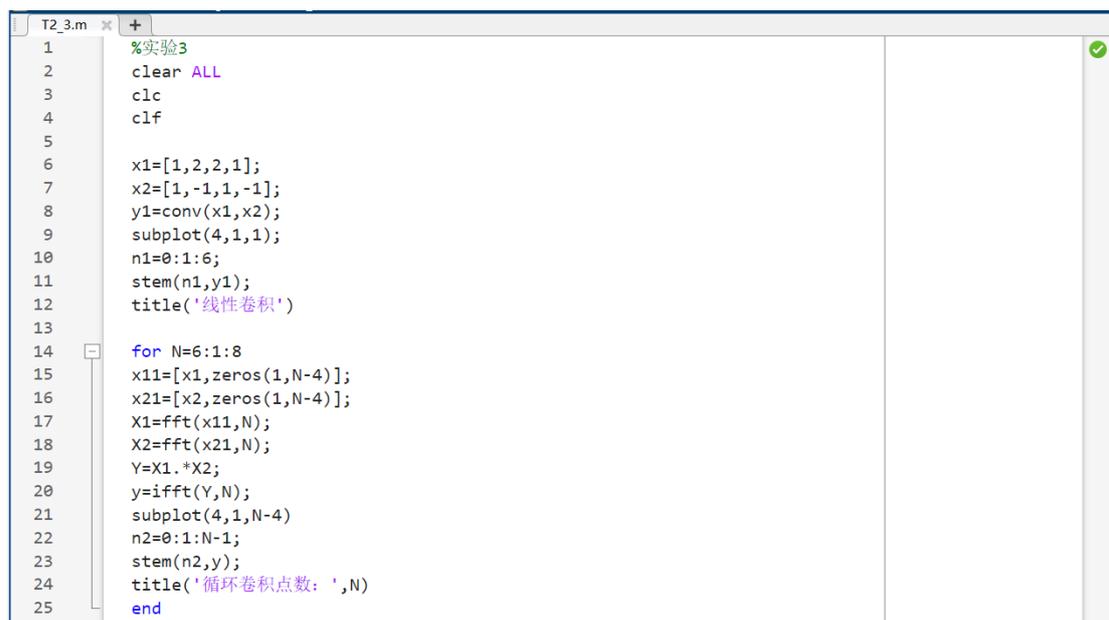
(1) 计算 $x_1(n)$ 与 $x_2(n)$ 的线性卷积 y_1 , 并画出图形。

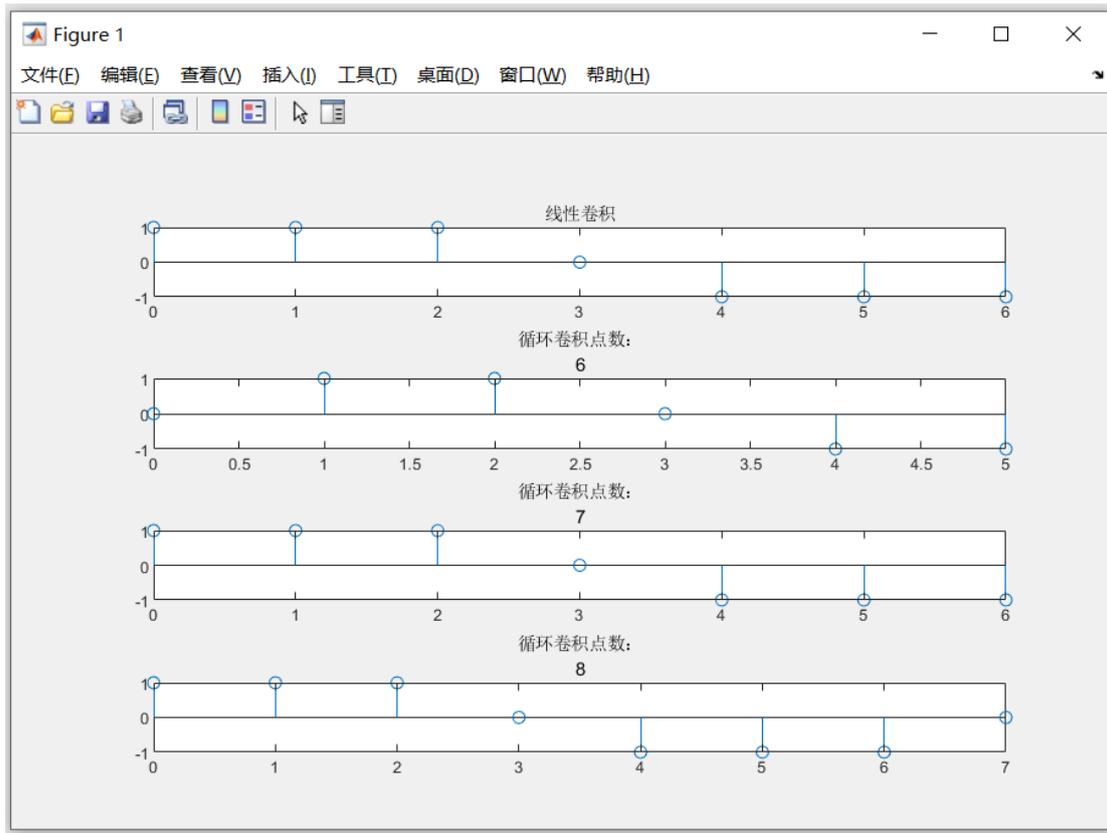
(2) 分别计算 $x_1(n)$ 与 $x_2(n)$ 的 6、7、8 点循环卷积 y_6 、 y_7 、 y_8 。

本题 4 个图画在一张画布上。标明 xlabel。

回答问题：本题中线性卷积与循环卷积何时相等？

程序、实验结果及解释说明:





问题回答:

由循环卷积与线性卷积的关系即：循环卷积是线性卷积以循环卷积点数 L 进行周期延拓后取主值区间。进一步可知，当且仅当循环卷积点数 L 大于等于线性卷积长度 $N+M-1$ 时，循环卷积等于线性卷积，否则得到的循环卷积会发生频谱混叠。

在本题中，由于线性卷积的长度为 7，因此仅有循环卷积点数为 7 和 8 时的两个循环卷积等于线性卷积。另外，从循环卷积点数为 6 的图中，也可以看出已经发生了频谱混叠现象。

实验三 模拟滤波器及 IIR 数字滤波器的设计

一、模拟滤波器的设计

1. 设计一个巴特沃斯模拟低通滤波器，以满足：通带截止频率 $f_p = 5\text{Hz}$ ，通带最大衰减 $\alpha_p = 3\text{dB}$ ，阻带截止频率 $f_s = 12\text{Hz}$ ，阻带最小衰减 $\alpha_s = 30\text{dB}$ 。要求绘出滤波器的幅频特性曲线。
2. 设计一个巴特沃斯模拟高通滤波器，以满足：通带截止频率 $f_p = 20\text{Hz}$ ，通带最大衰减 $\alpha_p = 3\text{dB}$ ，阻带截止频率 $f_s = 10\text{Hz}$ ，阻带最小衰减 $\alpha_s = 30\text{dB}$ 。要求绘出滤波器的幅频特性曲线。
3. 设计一个巴特沃斯模拟带通滤波器，以满足：通带范围为 $10\text{Hz} \sim 25\text{Hz}$ ，阻带截止频率分别为 5Hz 、 30Hz ，通带最大衰减为 3dB ，阻带最小衰减为 30dB 。要求绘出滤波器的幅频特性曲线。
4. 设计一个巴特沃斯模拟带阻滤波器，以满足：通带截止频率分别为 10Hz 、 35Hz ，阻带截止频率分别为 15Hz 、 30Hz ，通带最大衰减为 3dB ，阻带最小衰减为 30dB 。要求绘出滤波器的幅频特性曲线。

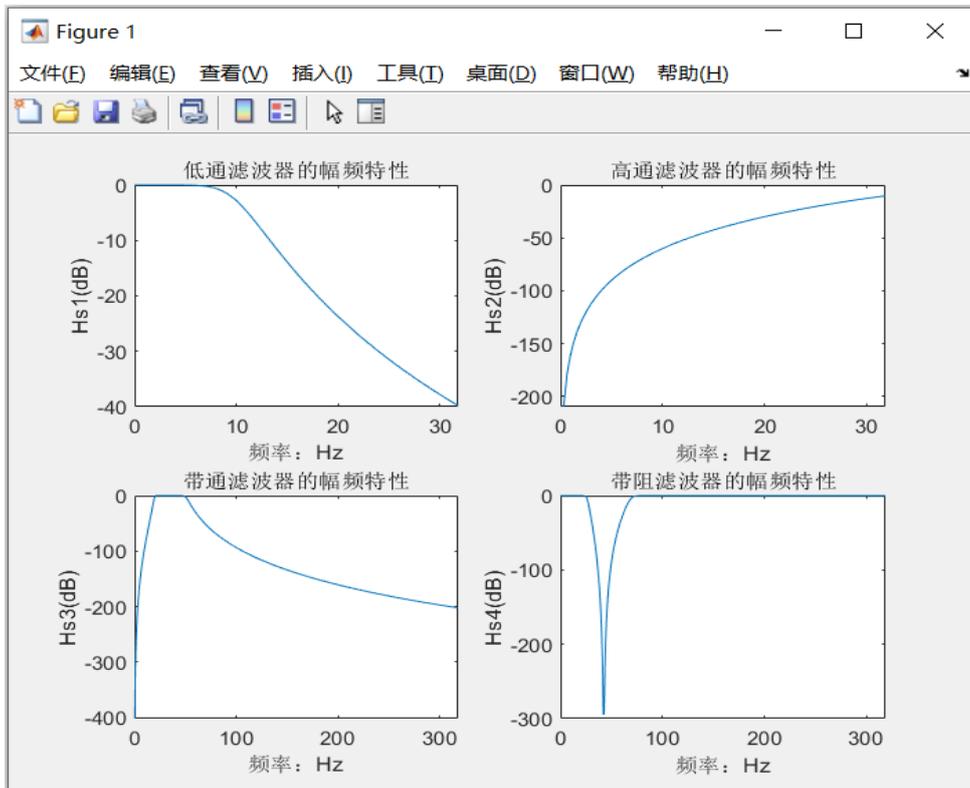
程序、实验结果及解释说明：

```
T1.m x +
1 %实验一、模拟滤波器的设计
2 clear ALL
3 clc
4 clf
5
6 %第一小问
7 Wp=2*pi*5;
8 Ws=2*pi*12;
9 Rp=3;
10 Rs=30;
11 [N,Wn]=buttord(Wp,Ws,Rp,Rs,'s');
12 [B,A]=butter(N,Wn,"low",'s');
13 w=0:100;
14 H1=freqs(B,A,w);
15 Hs1=20*log10(abs(H1));
16
17 %第二小问
18 Wp=2*pi*20;
19 Ws=2*pi*10;
20 Rp=3;
21 Rs=30;
22 [N,Wn]=buttord(Wp,Ws,Rp,Rs,'s');
23 [B,A]=butter(N,Wn,"high",'s');
24 w=0:100;
25 H2=freqs(B,A,w);
26 Hs2=20*log10(abs(H2));
27
```

```

28 %第三小问
29 Wp=[2*pi*10,2*pi*25];
30 Ws=[2*pi*5,2*pi*30];
31 Rp=3;
32 Rs=30;
33 [N,Wn]=buttord(Wp,Ws,Rp,Rs,'s');
34 [B,A]=butter(N,Wn,"bandpass",'s');
35 w=0:1000;
36 H3=freqs(B,A,w);
37 Hs3=20*log10(abs(H3));
38
39 %第四小问
40 Wp=[2*pi*10,2*pi*35];
41 Ws=[2*pi*15,2*pi*30];
42 Rp=3;
43 Rs=30;
44 [N,Wn]=buttord(Wp,Ws,Rp,Rs,'s');
45 [B,A]=butter(N,Wn,"stop",'s');
46 w=0:1000;
47 H4=freqs(B,A,w);
48 Hs4=20*log10(abs(H4));
49
50 %绘制图像
51 subplot(2,2,1);
52 w1=0:100;
53 plot(w1/pi,Hs1);
54 title("低通滤波器的幅频特性");
55 xlabel("频率: Hz")
56 ylabel("Hs1(dB)")
57
58 subplot(2,2,2);
59 w2=0:100;
60 plot(w2/pi,Hs2);
61 title("高通滤波器的幅频特性");
62 xlabel("频率: Hz")
63 ylabel("Hs2(dB)")
64
65 subplot(2,2,3);
66 w3=0:1000;
67 plot(w3/pi,Hs3);
68 title("带通滤波器的幅频特性");
69 xlabel("频率: Hz")
70 ylabel("Hs3(dB)")
71
72 subplot(2,2,4);
73 w4=0:1000;
74 plot(w4/pi,Hs4);
75 title("带阻滤波器的幅频特性");
76 xlabel("频率: Hz")
77 ylabel("Hs4(dB)")
78

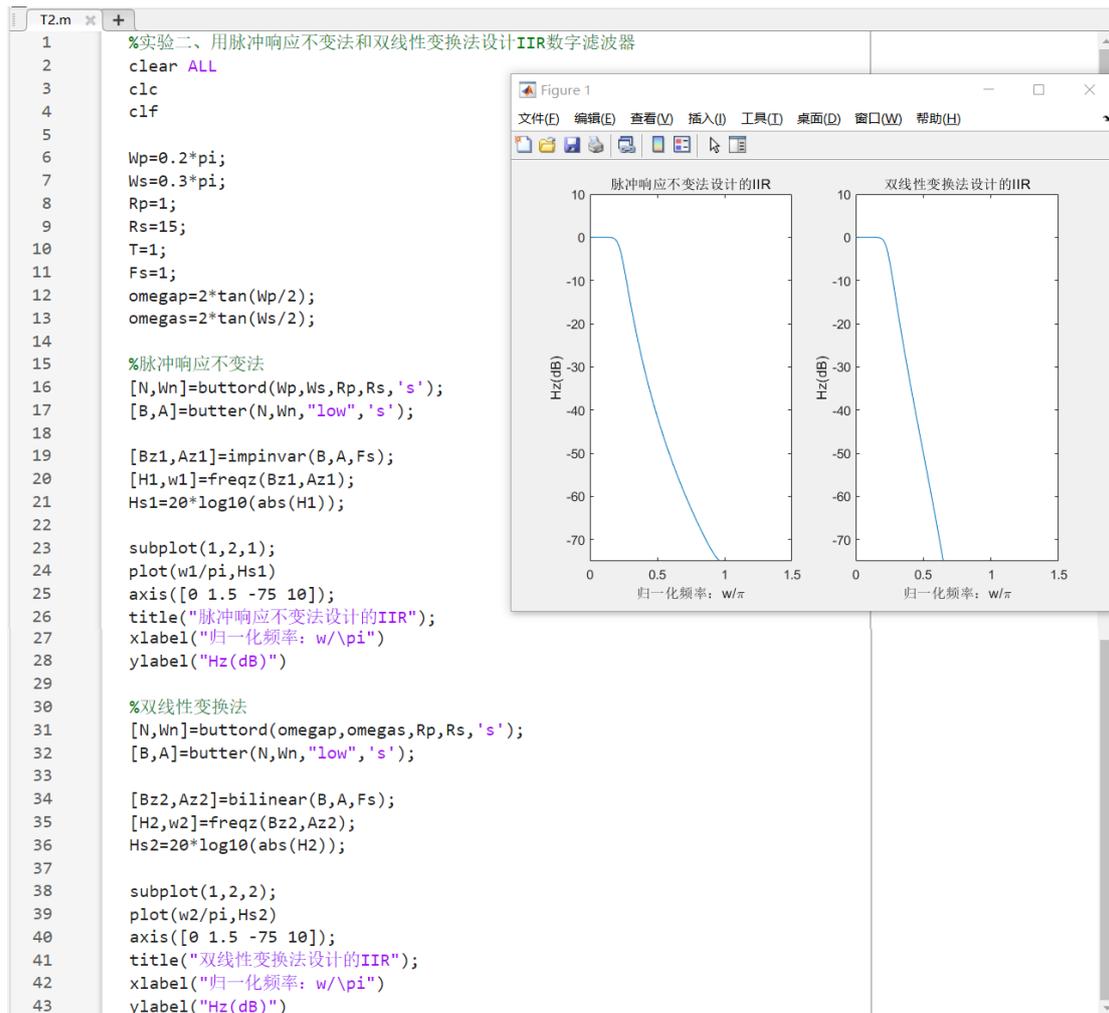
```



二、用脉冲响应不变法和双线性变换法设计 IIR 数字滤波器

5. 要求分别用脉冲响应不变法和双线性变换法设计一个数字低通滤波器，以满足：通带截止频率为 0.2π ，阻带截止频率为 0.3π ，通带最大衰减为 1dB，阻带最小衰减为 15dB，采样间隔设为 1s。说明哪种方法设计的滤波器性能更好？为什么？

程序、实验结果及解释说明：



问题回答：

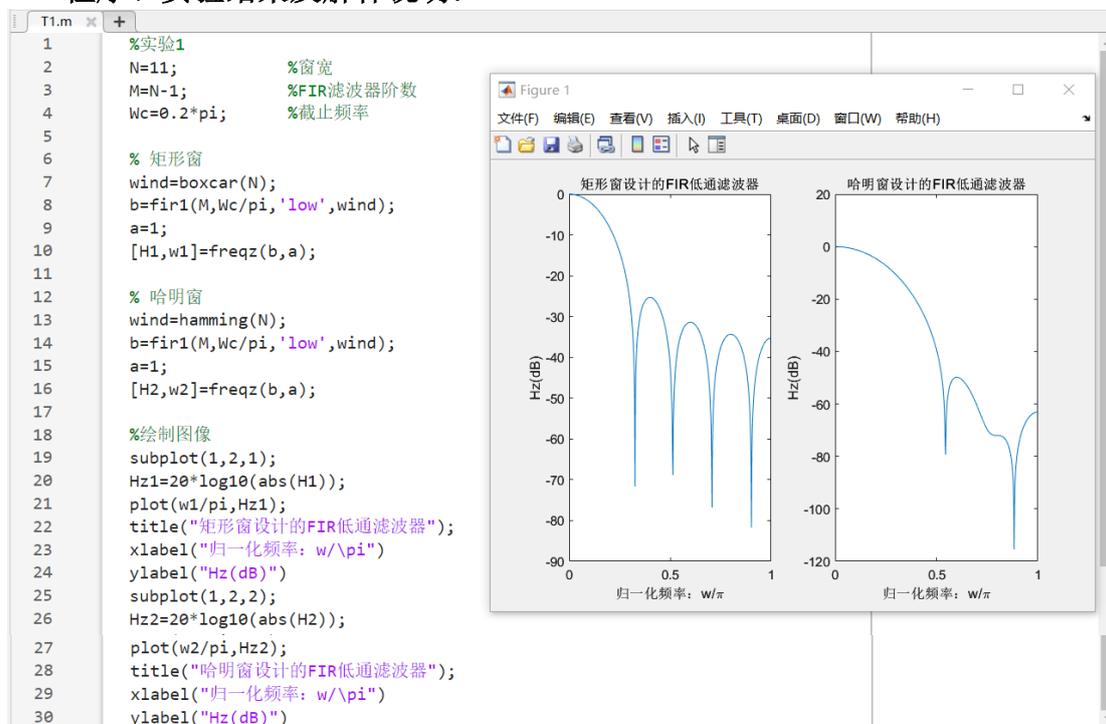
从结果图中我们可以看出双线性变换法设计的滤波器，在过渡带其衰减程度比脉冲响应不变法设计的滤波器快，衰减的线性程度好。因此双线性变换法设计的滤波器的性能更好。

原因在于双线性变换法对频域进行了预畸变，实现了从 S 平面到 Z 平面的单值对应关系，因此其不同于脉冲响应不变法在带限不充足时会产生频谱混叠。

实验四 基于窗函数的 FIR 数字滤波器的设计

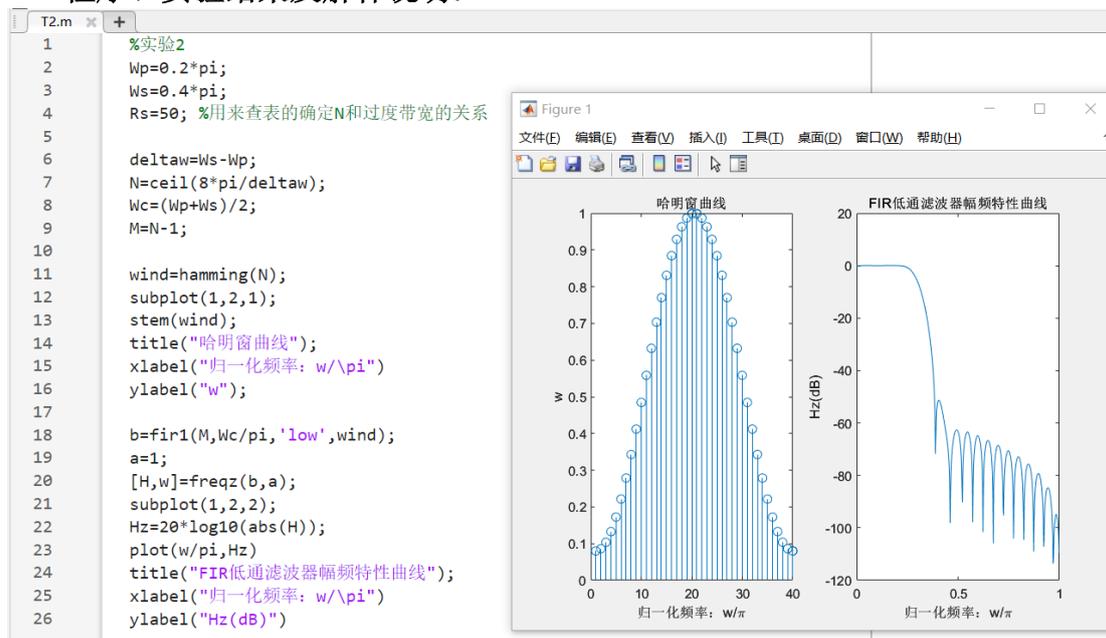
1、分别用矩形窗和哈明窗设计 FIR 低通滤波器，设窗宽 $N = 11$ ，截止频率 $\omega_c = 0.2\pi rad$ ，要求绘出两种窗函数设计的滤波器幅频曲线（分贝形式）。

程序、实验结果及解释说明：



2、设计一个线性相位 FIR 低通滤波器，通带截止频率为 $\omega_p = 0.2\pi rad$ ，阻带截止频率为 $\omega_s = 0.4\pi rad$ ，阻带最小衰减为 $\alpha_s = 50dB$ 。要求分别绘制哈明窗曲线、FIR 低通滤波器的幅频曲线（分贝形式）。

程序、实验结果及解释说明：



3、已知某模拟滤波器的系统函数为

$$H(j\omega) = \frac{b_1(j\omega)^4 + b_2(j\omega)^3 + b_3(j\omega)^2 + b_4(j\omega) + b_5}{a_1(j\omega)^5 + a_2(j\omega)^4 + a_3(j\omega)^3 + a_4(j\omega)^2 + a_5(j\omega) + a_6}$$

其中 $b_1=1.53116389e+03$, $a_1=1$

$b_2=-1.29990890e-09$, $a_2=3.47913978e+04$

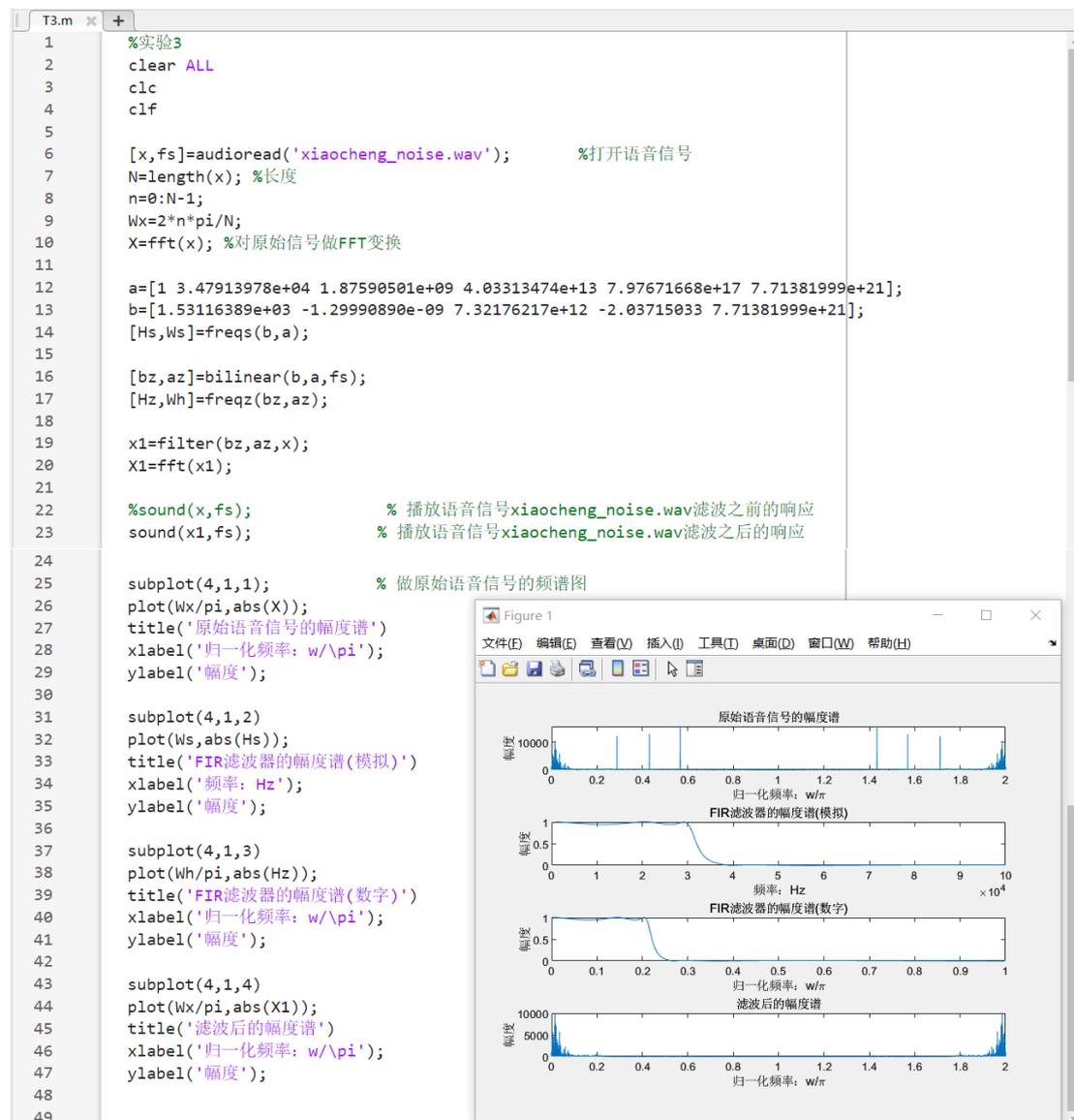
$b_3=7.32176217e+12$, $a_3=1.87590501e+09$

$b_4=-2.03715033$, $a_4=4.03313474e+13$

$b_5=7.71381999e+21$, $a_5=7.97671668e+17$

$a_6=7.71381999e+21$

试画出该系统的幅频特性曲线，并计算语音信号 xiaocheng_noise.wav 通过该系统的响应。



《数字信号处理》实验小结：

本学期《数字信号处理》的四次 Matlab 仿真实验，至此就都全部结束了。在最后进行数字滤波器设计仍感意犹未尽之余，也十分感谢实验室的章喆老师对我们的耐心指导。通过这四次实验，我们不仅学习了如何使用数字信号处理技术来分析和处理信号，还领悟到了数字信号处理在现代科技中的重要性。同时，实验过程中遇到的一些困难和问题，也让我有了更多的思考和收获！

首先，《数字信号处理》是我们电子信息工程专业的一门重要的专业基础课程，它是对上学期《信号与系统》课程中对于离散时间信号部分的补充和延拓。其主要任务是研究数字信号处理理论的基本概念和分析方法，并建立数学模型和适当的数学分析处理，来展示这些理论和方法的实际应用。

由于《数字信号处理》这门课程实际应用性很强，但是很多时候理论知识往往十分抽象，甚至晦涩难懂。因此，正是通过一次又一次的仿真实验，让我们可以在计算机中更加直观地观察到信号波形变化的实际过程和最终结果（例如：在实验四中，我们就通过 Matlab 设计一个数字滤波器，并直观地观察到了音频信号经过滤波器前后在频谱上的一些系列变化过程，即数字信号的理论知识在音频处理上的具体应用），使我们更好地理解 and 掌握了课本中的原理知识，并感悟到了实验的魅力！

最后，经过一次又一次仿真实验，也巩固并加强了我们对 Matlab 软件的使用和操作，而这是离不开实验室章喆老师的耐心指导和帮助的，在此再次致以感谢！当然更重要的是，通过实验的机会，让我更加直观地体会到了信号处理的实际应用和强大之处，并大大增强了我对信号处理这方面继续研究和学习的兴趣和动力！